数　　学

(数　学)

答案作成上の注意

1. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入しなければいけません。
2. 数学は 20 ページから 23 ページまでです。
3. 解答用紙の受験番号欄は 3 か所です。氏名を書いてはいけません。
   また，※印欄には何も記入してはいけません。
4. 解答には筆記用具，消しゴム以外のものを使用してはいけません。
5. 特に指示のない限り，解答は計算等の過程も記入しなければいけません。
6. 問題冊子と使用しない解答用紙は持ち帰ってください。

問題 1 以下の各問に答えよ。なお，解答は答えのみでよい。

(1) ベクトル $\vec{a}=(-3,1)$ に垂直で，大きさ $\sqrt{5}$ のベクトル $\vec{u}$ をすべて求めよ。

(2) 2次関数 $f(x)$ が次の条件を満たすとき，$f(x)$ を求めよ。

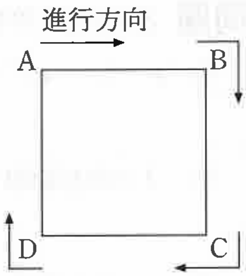
$$f(1)=8,\ f'(1)=-3,\ f'(0)=5$$

(3) 2直線 $2x-y-1=0$，$x-4y+4=0$ のなす角を θ とするとき，$\tan\theta$ の値を求めよ。ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。

(4) 変量 x の n 個の値 x_1，x_2，…，x_n を考える。$x_k=k$ $(k=1,2,\cdots,n)$ とするとき，x のデータの平均値と分散をそれぞれ n を用いて表せ。

(5) 3次方程式 $x^3+ax^2+19x+b=0$ が1と3を解にもつとき，定数 a，b の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

問題 2 右図のように1辺の長さが1の正方形があり，その頂点を時計回りにA，B，C，Dとする。最初，点Pは頂点Aに止まっており，以下のルールに従って正方形の頂点から頂点へ時計回りに移動する。



ルール1：最初，点Pが止まっている頂点Aにおいて，さいころを1回振る。1または2の目が出たならば，点Pは時計回りに1だけ移動して止まる。3以上の目が出たならば時計回りに2だけ移動して止まる。

ルール2：点Pが頂点B，C，Dのいずれかに止まったら，さいころを1回振る。1または2の目が出たならば，点Pは時計回りに1だけ移動して止まる。3以上の目が出たならば時計回りに2だけ移動して止まる。

ルール3：点Pが頂点Aから移動して，再び頂点Aに止まったら，さいころは振らず，移動を終了する。ここでは，点Pが再び頂点Aに止まり，頂点から頂点への移動を終了することを「上がり」という。

例えば，点Pが頂点Dに止まったとする。さいころを1回振り，1または2の目が出たならば，点Pは1だけ移動して頂点Aに止まり，「上がり」となる。一方，3以上の目が出たならば，点Pは頂点Aを通過して頂点Bまで移動して止まる。

最初の頂点Aからの移動を1周目であるとする。その後，点Pが「上がり」とはならずに頂点Aを通過した回数をn($n=0, 1, \cdots$)とするとき，点Pは$n+1$周目であるという。以下の各問に答えよ。

(1) 点Pが1周目で頂点Cに止まる確率を求めよ。

(2) 点Pが1周目で頂点Dに止まる確率を求めよ。

(3) 点Pが1周目で「上がり」となる確率を求めよ。

(4) 点Pが2周目まで移動し続け，かつ2周目で頂点Dに止まる確率を求めよ。

問題 3 aを正の整数とし，座標平面上における2つの放物線$C_1 : y = -x^2 + 3$，$C_2 : y = (x - a)^2 - 1$を考える。以下の各問に答えよ。

(1) 2つの放物線C_1，C_2が異なる2点で交わるようなaの値をすべて求めよ。

(2) $a = 2$とする。このとき，2つの放物線C_1，C_2で囲まれた図形の面積Sを求めよ。

(3) 2つの放物線C_1，C_2が異なる2点で交わり，かつその2つの放物線で囲まれた図形の面積を最大にするようなaの値を求めよ。

問題 4 $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$とする。以下の各問に答えよ。

(1) $\log_{10} 4$，$\log_{10} 6$の値を求めよ。なお，解答は答えのみでよい。

(2) 次の等式を証明せよ。

$$\log_{10} 5 = 0.6990$$

(3) 6^{10}は何桁の数か答えよ。

(4) kを1以上6以下の整数とする。0以上10以下の整数nであって，$k^n 6^{10-n}$が8桁以上の数になるもののうち，最大のnをn_kとする。$n_k = 4$のとき，kの値を求めよ。