

数 学

(数 学)

答 案 作 成 上 の 注 意

1. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入しなければいけません。
2. 数学は 18 ページから 22 ページまでです。
3. 解答用紙の受験番号欄は 3 か所です。氏名を書いてはいけません。
また、※印欄には何も記入してはいけません。
4. 解答には筆記用具、消しゴム以外のものを使用してはいけません。
5. 特に指示のない限り、解答は計算等の過程も記入しなければいけません。
6. 問題冊子と使用しない解答用紙は持ち帰ってください。

問題 1 次の各問に答えよ。ただし、計算等の過程は記入しないこと。

(1) 座標平面において、点 $(-5, 4)$ を通り、 x 軸に垂直な直線の方程式を求めよ。

(2) $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(i) $x + x^{-1}$

(ii) $x^3 + x^{-3}$

(3) 第 10 項が 50、第 20 項が 0 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(i) 一般項 a_n を求めよ。

(ii) -5225 は第何項か。

(4) 三角形 ABC において、辺 BC、辺 CA、辺 AB の長さをそれぞれ a 、 b 、 c で表す。 $a = 15$ 、 $b = 7$ 、 $c = 13$ のとき、次の各問に答えよ。

(i) $\angle C$ の大きさ C を求めよ。

(ii) 三角形 ABC の外接円の半径 R を求めよ。

(5) 5 個の数字 0、1、2、3、4 を使ってできる 4 桁の整数について、次の各問に答えよ。ただし、同じ数字を重複して使ってよいものとする。

(i) 2 の倍数の個数を求めよ。

(ii) 2025 以上の整数の個数を求めよ。

(6) 下の表は、5 人の生徒に 10 点満点の 2 種類のテスト A、B を行った得点の結果である。A の得点と B の得点の相関係数を求めよ。

A の得点	1	3	5	2	4
B の得点	2	4	5	1	3

問題 2 面積が 1 である三角形 ABC の内部に $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ を満たす点 X をとる。直線 AX と辺 BC の交点を P, 直線 BX と辺 AC の交点を Q, 直線 CX と辺 AB の交点を R とする。このとき, 次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AX}$ とする。実数 k の値を求めよ。

(2) $\frac{PC}{BP}, \frac{QA}{CQ}, \frac{RB}{AR}$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) $\frac{CX}{XR}$ の値を求めよ。

(4) 四角形 CQXP の面積 S を求めよ。

問題 3 次の各問に答えよ。

- (1) $t = \cos \theta$ とおくとき, $\cos 3\theta + \cos \theta$ を t の式で表せ。ただし, 計算等の過程は記入しないこと。
- (2) $0 \leq \theta \leq 2\pi$ のとき, θ に関する方程式 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$ を解け。
- (3) $\frac{1}{2}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ のとき, 不等式 $\cos 3\theta + \cos \theta \geq 0$ を満たす θ の範囲を求めよ。

問題 4 a を実数として $f(x) = x^2 + (a - 3)x - 2a^2 + 3a$ とおく。次の各問に答えよ。ただし、 α, β を実数とすると、

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

が成り立つことを証明なしで用いてよい。

- (1) $f(1)$ を求めよ。ただし、計算等の過程は記入しないこと。
- (2) $f(x) = 0$ を満たす x が、必ず 0 以上 2 以下となるための a の条件を求めよ。
- (3) $\int_0^2 f(x) dx$ の値を求めよ。ただし、計算等の過程は記入しないこと。
- (4) $\int_{-2a+3}^a f(x) dx$ の値を求めよ。ただし、計算等の過程は記入しないこと。
- (5) (2) で求めた条件を満たす 1 以上の a に対して

$$S(a) = \int_0^2 |f(x)| dx$$

とおく。 $S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

